

Estrategia de enseñanza de la distribución Normal enmarcada en la pedagogía de la investigación

Eje 4. INNOVACIONES

Relato de experiencia pedagógica

Calandra María Valeria¹
Costa Viviana Angélica²

1 UIDET Gamefi, Dto. de Ciencias Básicas, Fac. de Ingeniería, UNLP, Argentina, mava@mate.unlp.edu.ar

2 UIDET IMApEC, Dto. de Ciencias Básicas, Fac. de Ingeniería, UNLP, Argentina, vacosta@ing.unlp.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se muestran resultados de una innovación de la enseñanza implementada en la Universidad Nacional de La Plata en un curso integrado por alumnos de grado y postgrado de carreras de Ingeniería. La actividad se enmarca en la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Yves

Chevallard. La propuesta tuvo como objetivo re significar el estudio de la distribución Normal a partir de la enseñanza de algunas temáticas relacionadas con el Control Estadístico de Procesos. El estudio parte de buscar respuesta a una pregunta que está relacionada con el control estadístico de calidad.

PALABRAS CLAVE: Control Estadístico de Procesos, Distribución Normal, Didáctica de la Matemática.

1. INTRODUCCIÓN

La distribución Normal es sin duda, el modelo continuo más importante en estadística, tanto por su aplicación directa, porque veremos que muchas variables de interés general pueden describirse por dicho modelo, como por sus propiedades, que han permitido el desarrollo de numerosas técnicas de inferencia estadística Hawkins y otros (1992) y Wilensky (1995, 1997). En realidad, el nombre de Normal proviene del hecho de que durante un tiempo se creyó, por parte de médicos y biólogos, que muchas de las variables naturales de interés seguían este modelo. La otra razón de su relevancia es su aplicación para aproximar a otras distribuciones como la Binomial, la Poisson, chi cuadrado, t-Student, gamma, etc., para determinados valores de sus parámetros. En el campo de la ingeniería cumple un rol trascendental en el control de calidad de los procesos industriales. Una aplicación importante, además, es el Teorema Central del límite en cálculo de probabilidades, que asegura que la media de variables aleatorias independientes e igualmente distribuidas tiene una distribución aproximadamente Normal para muestras de tamaño suficientemente grandes, incluso en poblaciones no Normales. Muchos métodos estadísticos requieren la condición de Normalidad para su correcta aplicación. Muchas veces en la educación universitaria la noción de distribución Normal es presentada a los estudiantes como un producto acabado de la actividad matemática, y muchas veces se observa que los mismos resuelven las situaciones problemáticas planteadas de un modo mecánico sin entender realmente el significado y la razón del procedimiento realiza. En cuanto al aprendizaje de la distribución Normal en alumnos universitarios Huck y otros (1986) han identificado dos concepciones erróneas sobre las puntuaciones normales tipificadas: algunos alumnos consideran que todas las puntuaciones tipificadas han de tomar un valor comprendido entre -3 y +3, lo que podría estar relacionado con que el hecho de que el 99,7 % de las observaciones se encuentra entre la media ± 3 desviaciones típicas o a la interpretación inadecuada de las tablas de distribución. Hawkins y otros (1992) describen errores que cometen alumnos universitarios en la aproximación de una distribución Binomial mediante la distribución Normal ya que aplican la corrección por continuidad de una forma mecánica, sin entender su significado. Algunos estudiantes confunden la estandarización de una variable aleatoria con la transformación en Normal estándar (Calandra y Costa, 2015), Tauber (en Ruiz, 2006), centra su estudio en el aprendizaje de alumnos universitarios de la distribución Normal y advierte sobre la existencia de ciertas dificultades de los alumnos para distinguir la distribución teórica y empírica, sobre todo cuando se ven en la necesidad de resolver problemas abiertos. En la enseñanza de probabilidades, dirigida a alumnos de las carreras de ingeniería, una de las tareas fundamentales es dotarlos de herramientas adecuadas que les permitan obtener conclusiones acerca de poblaciones, de modo que, aprovechando esta información puedan diseñar procedimientos, tomar decisiones, controlar productos y procesos, auditar organizaciones y muchas actividades propias de la profesión. El presente trabajo muestra los resultados de la aplicación de una propuesta didáctica tendiente a encontrar la razón de ser del estudio de estos objetos matemáticos mencionados desde su especialidad, de modo de combatir la pérdida de sentido de las cuestiones que se estudian en un curso de probabilidades de nivel universitario. La misma es una alternativa para el abandono paulatino del antiguo paradigma de formación de ingenieros basado en la enseñanza como simple esquema de transferencia de conocimientos. Se basa en la utilización de técnicas de control estadístico de procesos (CEP), en particular en el diseño y análisis de cartas de control. Las cartas de control se usan en el CEP para detectar si los procesos de elaboración de productos o servicios son defectuosos; o bien, para indicar que el proceso de producción se ha

modificado y los productos o servicios se desvían de sus respectivas especificaciones de diseño. Uno de los pilares en los que se basa el diseño y la interpretación de una carta de control son la distribución Normal, el Teorema Central del Límite, la aproximación Normal a la distribución Binomial y a la distribución de Poisson.

2. MARCO TEÓRICO

En esta investigación se adoptó como referencial teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propuesta por Yves Chevallard (2004, 2007, 2012) que ha definido con precisión los fenómenos denominados: monumentalización del saber y pérdida de sentido de las cuestiones que se estudian en la escuela media y en la universidad. El fundamento de estas definiciones y constructos se encuentran en lo que Chevallard ha denominado Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo (PICM) (Otero y otros, 2013). La respuesta de la TAD al problema de la desarticulación, del monumentalismo de los saberes y de la falta de sentido de la enseñanza de la matemática, se materializa mediante un dispositivo didáctico que denomina Actividad de Estudio e Investigación (AEI). Para ello, las AEI se organizan en torno a una pregunta Q, seleccionada por el profesor, que tenga el potencial de generar el estudio por parte de los alumnos de ciertos contenidos matemáticos. La búsqueda de respuesta a la pregunta, también generará más preguntas derivadas cuyas respuestas llevarán a la reconstrucción de determinadas organizaciones matemáticas (OM). Las respuestas a las preguntas junto con una actividad específica llevarán al estudio de técnicas y de elementos tecnológicos-teóricos específicos para resolver la actividad y serán una excusa para el estudio de las OM que se quieran cubrir del programa de estudio. La introducción de la noción de las AEI en los sistemas de enseñanza conduce, a plantear la necesidad de (re)definir los programas de estudio en términos de un conjunto de actividades cruciales. La gestión de las AEI dentro del proceso de enseñanza, exige a la comunidad de estudio integrada por los docentes y los alumnos, una transformación de su relación con el saber, pues deja de ser algo que se conoce de antemano para volverse una construcción (o reconstrucción) de común acuerdo en el transcurso de la clase. En la práctica para cada saber matemático que se ha de enseñar, la TAD propone diseñar una o varias actividades de estudio e investigación (AEI) para las cuales la búsqueda de respuesta requiera del estudio de ese saber. Esto es en contraposición con la enseñanza monumentalista donde los saberes son construidos per se sin conocer su utilidad. La AEI propuesta además debe ser de interés para el grupo de alumnos a los que va dirigido y lo suficientemente abierta de modo de actuar como eje articulador del proceso de estudio.

3. IMPLEMENTACIÓN DE LA AEI

En este caso la propuesta ha sido implementada como una prueba piloto extracurricular destinada a la enseñanza de temáticas relacionadas con el control estadístico de procesos (CEP). La AEI permitió

el estudio de un modo funcional las organizaciones (OM) relativas a la Distribución Normal y sus aplicaciones en un curso de la Facultad de Ingeniería de la UNLP (FI-UNLP). En FI-UNLP se dictan 12 especialidades: Aeronáutica, Agrimensura, Civil, Computación, Mecánica, Electricista, Electromecánica, Electrónica, Industrial, Química, Hidráulica y Materiales. El curso estuvo integrado por 24 alumnos de grado y 14 graduados. Los alumnos inscriptos en el curso fueron todos ingenieros o estudiantes de ingeniería que ya habían cursado probabilidades y estadística. Hubieron estudiantes de distintas especialidades: 7 de Ingeniería Industrial, 4 de Aeronáutica, 4 de Electrónica, 3 de Mecánica, 3 de Química, 2 de Agrimensura, 1 de Computación. El desarrollo de la AEI tuvo una duración de cinco encuentros arreglados de cuatro horas cada uno con una periodicidad semanal. En el presente trabajo se muestran algunas de las actividades desarrolladas. Durante la AEI, los estudiantes y el profesor, trabajaron conjuntamente. Los alumnos se dispusieron en grupos y el profesor les presentó una pregunta que inició el estudio del saber a construir. Se necesitó que los alumnos trabajen en forma colaborativa y que sean responsables de su aprendizaje. La propuesta fue motivada a partir del debate sobre la fabricación de piezas de automóviles en serie. Es decir, si se trata, por ejemplo, de la manufactura de una gran cantidad de ejes en serie, los bujes respectivos producidos deben cumplir ciertos criterios de calidad de modo de ajustar uno con otro exactamente, indistintamente del buje o eje seleccionado. Se propuso una investigación y debate, centrado en torno a la pregunta generatriz: Q_0 : ¿Cómo producir partes intercambiables para automóviles? La respuesta a esta pregunta originó una AEI que introdujo las razones de ser de la enseñanza de la Distribución Normal. Esta pregunta generatriz Q_0 actuó como eje articulador para la reconstrucción de la OM de los temas relativos a la Distribución Normal. A su vez esta pregunta Q_0 derivó en otras preguntas $Q_{1,1}$, $Q_{1,2}$ y $Q_{1,3}$. (Ver Ilustración 1).



Ilustración 1 Esquema de preguntas

Para el desarrollo de las actividades se requirió el estudio de algunos elementos teóricos, técnicos y tecnológicos relativos al Control de Calidad: Control Estadístico de Procesos y Cartas de Control, de importancia profesional para estudiantes de carreras de ingeniería. Durante las clases el profesor reguló los tiempos didácticos, registró las respuestas de los grupos de estudiantes y los nuevos interrogantes que motivaron el trabajo de la distribución Normal. Los recursos disponibles fueron computadoras personales con acceso a internet, libros de cátedra (Meyer, 1992; Devore, 2008; Ross, 2014; Montgomery y Runger, 2006), software estadístico de uso libre (Di Rienzo, 2018) y el Lenguaje de programación R (2020), también el software comercial Statgraphics Centurion (2018). En el comienzo de la actividad el profesor tuvo un mayor protagonismo en la construcción del medio que condujo a las preguntas derivadas para la reconstrucción de las organizaciones matemáticas que se pretendieron estudiar. Se muestran algunas actividades desarrolladas durante el curso.

➤ **Actividad 1:** en una primera etapa la característica de calidad considerada para la AEI fue la

longitud de árboles de levas producidos en una planta automotriz. Para ello se les presentó una muestra de 100 datos y los alumnos debieron verificar si se estaban produciendo piezas intercambiables en la planta, sabiendo que deben tener una longitud de 600 mm (+/-) 2mm para cumplir con las especificaciones.

La búsqueda de respuestas de la AEI llevaron a plantear preguntas derivadas tales como: ¿Qué medidas descriptivas calcularía? ¿Qué parámetros de la producción es importante estimar? ¿Cuál es la variabilidad del proceso de producción? ¿Cómo hallarla? ¿Cómo encontrar un modelo de distribución para la producción y cómo representarlo? ¿Cómo caracterizaría el desempeño del proceso?

El desarrollo de la AEI permitió que los alumnos calcularan medidas descriptivas de una muestra. También ver la posible adecuación de la distribución Normal a la muestra, que estimaran los parámetros de la distribución y la probabilidad de cumplir con las especificaciones. Al comienzo de la actividad algunos alumnos se limitaron a analizar la muestra sin hacer inferencia estadística sobre la producción de la planta automotriz. Es decir, contaron que cantidad o proporción de artículos no cumplían con las especificaciones (Ver Ilustración 2)

Las clasificaría en tres conjuntos:

- ❖ A = {596,8; 597,6; 597,2; 596,4; 597,6; 597,0; 597,8; 596,2; 597,6; 597,6; 596,8}
- ❖ B = {601,6; 600,4; 598,4; 600,0; 599,8; 599,8; 601,0; 601,6; 600,8; 601,6; 600,2; 601,8; 601,2; 598,4; 599,6; 600,6; 598,4; 599,8; 600,0; 599,6; 598,2; 602,0; 599,4; 599,4; 600,8; 601,8; 602,0; 600,8; 598,6; 600,0; 600,4; 600,8; 600,8; 600,2; 600,4; 600,2; 600,8; 600,4; 599,8; 598,0; 598,4; 600,8; 600,4; 598,2; 598,6; 599,6; 599,0; 601,6; 599,8; 598,2; 599,4; 599,4; 600,2; 599,0; 600,6; 599,4; 598,0; 598,0; 601,4; 599,2; 601,6; 600,4; 598,0; 601,2; 599,0; 600,4; 600,6; 599,0; 601,2; 600,2; 600,0}
- ❖ C = {602,2; 602,8; 603,6; 604,2; 602,4; 603,4; 602,8; 602,2; 603,8; 603,6; 603,6; 602,2; 602,8; 603,4; 602,4; 602,2; 604,2}
- ❖ Conjunto A: Elementos ubicados por debajo del límite inferior de tolerancia (598 mm). Total: 11 elementos.
- ❖ Conjunto B: Elementos ubicados entre los límites inferior y superior de tolerancia (598 y 602 mm respectivamente). Total: 71 elementos.
- ❖ Conjunto C: Elementos ubicados por encima del límite superior de tolerancia (602 mm). Total: 18 elementos.
- ❖ Cantidad total de elementos: 100.

Ilustración 2 Ejemplo de respuesta inicial de un alumno

El análisis de otros grupos de estudiantes consistió en construir un histograma e identificar en el mismo los límites de tolerancia, para ver qué proporción del mismo quedaba entre las líneas verticales. También para ver si su distribución estaba centrada en el valor nominal de las especificaciones. (Ver Ilustración 3)

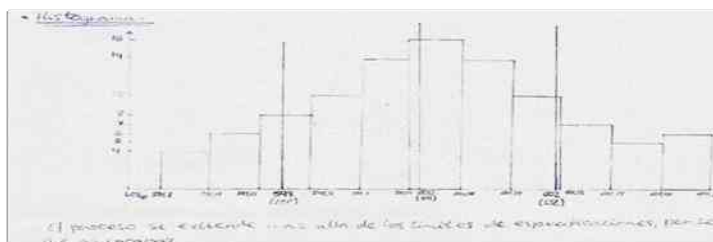


Ilustración 3 Ejemplo de un histograma graficado por un alumno

Luego se decidió hacer inferencia a toda la producción y para ello definieron la variable aleatoria X =longitud del árbol de levas. Supusieron que en el caso de que la muestra provenga de una distribución Normal, la probabilidad de que la longitud X se encuentre entre 598 y 602 debería ser de

al menos 99,7% para cumplir con lo especificado. También estimaron las probabilidades de la planta de producir árboles de levas con longitudes mayores y menores a lo especificado para ver si el proceso estaba descentrado. (Ver Ilustración 4). Para estimar el parámetro μ (media) de la distribución Normal usaron la media de los datos y para estimar el parámetro σ (desviación estándar) calcularon la dispersión de los datos con respecto de la media.

$P(598 \leq X \leq 602) = P\left(\frac{598-\mu}{\sigma} \leq X \leq \frac{602-\mu}{\sigma}\right) = 0,6687$ pero debería ser 0,9975 o más para que la planta automotriz esté operando adecuadamente.

En este caso se observa que $P(X < 598) = P\left(X < \frac{598-\mu}{\sigma}\right) = 0,1430$

$P(X > 602) = 1 - P\left(X < \frac{602-\mu}{\sigma}\right) = 0,1883$

Por lo tanto el proceso está descentrado dado que estas respuestas tendrían que haber dado lo mismo.

Ilustración 4 Ejemplo de la estimación de las probabilidades

Para ver si la muestra provenía de una distribución Normal algunos alumnos realizaron un gráfico de probabilidad, otros simplemente un histograma y otros un test de Normalidad. (Ver Ilustración 5)

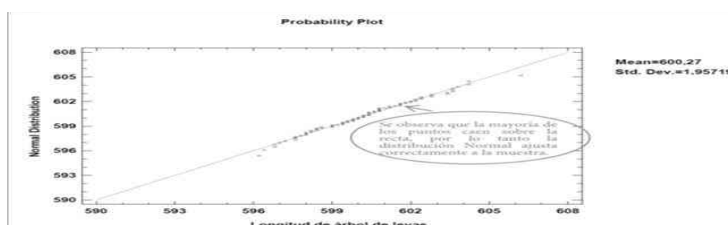


Ilustración 5 Gráfico de probabilidad y estimación de parámetros

- **Actividad 2:** se les propuso a los estudiantes evaluar el comportamiento de las longitudes de los árboles de levas a largo plazo, para la misma planta automotriz con los mismos estándares de calidad. Para ello se les dio muestras aleatorias de tamaño 5 de árboles de levas producidos durante 20 días consecutivos. La pregunta fue: ¿Cómo evaluaría en este caso el desempeño del proceso en el tiempo?

La búsqueda de respuestas de la AEI llevaron a las preguntas derivadas tales como: ¿Se podría evidenciar un cambio en la variación del proceso algún momento o algún cambio en la media? ¿El proceso está bajo control? ¿El proceso es apto? ¿Qué herramienta estadística le permitiría evaluar esto?

El desarrollo de la AEI requirió que los alumnos primero construyan una carta de control para la media de la producción diaria para poder estimar los parámetros del proceso en control para poder luego evaluar la aptitud del proceso es decir la adecuación a los estándares de calidad. Un diagrama de control o carta de control es una gráfica donde los valores de la característica de calidad estudiada se disponen en distintos momentos de tiempo que se identifican sobre el eje de las abscisas. Tres líneas acompañan la serie graficada: la línea media (trazada a nivel de la media μ de los valores de la serie para un estado bajo control) y las líneas correspondientes a los límites inferior y superior de control (límites entre los que se espera queden comprendidas casi la totalidad de las observaciones

de un proceso bajo control $\mu \pm 3\sigma$). Esta característica de calidad en nuestro caso debe tener distribución Normal o aproximadamente Normal. Puntos fuera de la región determinada por ambos límites sugieren que el proceso no está bajo control. Aún si los valores de la serie observada se encuentran entre estos límites, el proceso puede cuestionarse por no poseer un patrón de distribución aleatoria con distribución Normal en torno a la línea media. Valores sistemáticamente mayores o menores al esperado sugieren un proceso fuera de control.



Ilustración 6 Diagrama de Control de media

Para la construcción de los límites de la Carta de Control de la Ilustración 6, fue necesario suponer que la longitud media diaria proviene de una distribución Normal con media igual a 600,23 y varianza 1,6352. Estos parámetros fueron estimados con los datos. Para cumplir estos objetivos fue necesario que el estudiante utilice el siguiente conocimiento: Si X es una variable aleatoria con distribución Normal con media μ y varianza σ^2 de la que se extrae una muestra aleatoria de tamaño n , entonces la media muestral \bar{X} se distribuyen según otra ley Normal con media μ y varianza σ^2/n . En todo el desarrollo de la actividad se buscó que los alumnos argumentaran en términos de la utilización de la Distribución Normal.

- **Actividad 3:** la característica a analizar es un atributo del producto (el producto es defectuoso o no, una pieza encaja o no en otra, un mecanismo funciona o no, etc.) Para esta etapa se utilizó el archivo de datos Diagrama p del Software estadístico InfoStat (Di Rienzo, 2018). En este caso se trata de una línea de producción de elásticos para autos en la que se toman 30 muestras de tamaño 200 cada una y se registra el número de defectuosos por muestra. ¿El proceso está bajo control?

El objetivo de esta propuesta fue que construyeran una carta de control de atributos para controlar la proporción de disconformidades (carta p) o la cantidad de disconformidades (carta np) (Ver Ilustración 7). Además, para el diseño e interpretación de la misma se tratará la OM relativa a la aproximación Normal a la distribución Binomial.



Ilustración 7 Carta de Control por atributos

Entre las aplicaciones del Teorema Central del Límite se encuentra la aproximación Normal a la distribución Binomial. Una variable aleatoria X es Binomial si representa el número de éxitos en n ensayos independientes con sólo dos posibilidades en cada uno de ellos éxitos/fallas. El Teorema Central del Límite permite aproximar (para n suficientemente grande) la distribución de la variable aleatoria X y de la variable aleatoria X/n a la distribución Normal. El tamaño de la muestra necesario depende del valor de p . (Devore, 2001: 217).

4. CUESTIONARIO A LOS ESTUDIANTES

Al finalizar los encuentros se les solicitó a los alumnos responder un cuestionario que fue entregado en la plataforma Moodle. Algunas preguntas del cuestionario fueron las siguientes:

- 1) Considera que el curso y su contenido le brindó una: Nueva visión sobre las temáticas involucradas/ Nueva información que no conocía/ Mejor comprensión en los contenidos ya conocidos.
- 2) ¿Logró darle una utilidad al concepto de la distribución Normal, mayor respecto a lo visto durante su carrera de grado?
- 3) ¿Logró otorgarle un significado a la distribución Normal para el estudio de procesos?
- 4) ¿Consiguió interpretar el concepto de intercambiabilidad de una pieza, su importancia en la temática de calidad, y el rol que juega la estadística en ello?
- 5) ¿El curso le dio una utilidad a las herramientas estadísticas en temas de su interés?
- 6) ¿Le parece que los temas estudiados tendrían una utilidad importante para su profesión?
- 7) ¿Considera que un mejor conocimiento de las herramientas estadísticas es fundamental para lograr una mejor interpretación del concepto de control de un proceso?



Ilustración 8 Resultados pregunta 1)



Ilustración 9 Resultados pregunta 2)

Las respuestas a las preguntas 2), 3), 4), 5) y 7) (Ver Ilustración 9, Ilustración 10, Ilustración 11, Ilustración 12, Ilustración 13 e Ilustración 14) tienen categorías que van de 1 a 5, siendo la más baja *En desacuerdo* y la más alta *Muy en acuerdo*.



Ilustración 10 Resultados pregunta 3)



Ilustración 11 Resultados pregunta 4)



Ilustración 12 Resultados pregunta 5)



Ilustración 13 Resultados pregunta 6)



Ilustración 14 Resultados pregunta 7)

La respuesta a la pregunta 6), tiene categorías de 1 a 5, siendo la más baja *Nada* y la más alta *Mucho*. (Ver Ilustración 13). Del análisis de los gráficos se desprende que el 44 % de los alumnos opina que el curso les brindó una nueva visión sobre las temáticas involucradas, el 56% logró otorgarle a la distribución Normal un significado para el estudio de control de procesos, más del 66% logró darle mayor utilidad al concepto de la distribución Normal que el visto durante la carrera, el 100% de los alumnos opinan que los temas estudiados tendrían importancia para su profesión.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se expusieron los resultados de una propuesta de enseñanza alternativa a las existentes en el marco de la TAD que pretende el estudio con sentido de alguna organización matemática, en este caso la Distribución Normal, a partir de la búsqueda de respuestas a un problema de control de calidad. Se puso en juego una actividad de estudio e investigación que requirió determinar qué saberes eran pertinentes y funcionales para la construcción de las respuestas. En el grupo de alumnos de la carrera de Ingeniería Industrial algunas actividades pudieron implicar algún reencuentro con algunos conceptos, con utilización de fórmulas ya conocidas en algunos casos, pero desde la argumentación del rol de la distribución Normal. En general, se observó, que los métodos pictóricos de representación estadística de datos se encontraban disponibles en los saberes previos del grupo de alumnos, pero muchos debieron hacer un reencuentro con esos recursos. A lo largo del curso se fue estableciendo qué conocimientos eran pertinentes y merecían ser aclarados, analizados, etc., mientras se dejaban, si era necesario, ciertos saberes a enseñar en un “nivel de gris” si no eran necesarios para responder la pregunta generatriz o sus preguntas derivadas. En cuanto a la distribución Normal, el curso, permitió la utilización de distintos recursos para su evaluación. También se pudieron realizar actividades que abordaran todas sus aplicaciones como el Teorema Central del Límite, la aproximación Normal a la distribución Binomial y la aproximación Normal a la distribución de Poisson. Esta propuesta abriría las puertas para pensar en otras AEI para el estudio de otros

temas de probabilidades y además evaluar las posibles restricciones de la enseñanza actual de la noción de Distribución Normal en el ámbito de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. La AEI permitió el estudio de un modo funcional las OM relativas a la Distribución Normal, distribución del promedio de variables con distribución Normal y al Control Estadístico de Procesos.

BIBLIOGRAFÍA

- Calandra, M.V.; Costa, V.A. (2015) La problemática de la enseñanza y aprendizaje del concepto de variable aleatoria continua y de función de densidad de probabilidad. *IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el Campo de las Ciencias Exactas y Naturales.*: Departamento de Ciencias Exactas y Naturales Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación (UNLP). ISSN 2250-8473.
- Chevallard, Y. (2004) Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire.
- Chevallard, Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En Ruiz, L.H.; Estepa, A.; Garcia, F. J. (eds), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Universidad de Jaén, pp.705-746.
- Chevallard, Y. (2012) Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counterparadigm. Texte préparatoire à la regular lecture qui sera donnée dans le cadre du congrès ICME-12.
- Devore, J.L. (2008) *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Séptima edición. México: Cengage Learning.
- Di Rienzo J.A., Casanoves F., Balzarini M.G., Gonzalez L., Tablada M., Robledo C.W. InfoStat versión 2018 [Software] (2018). Grupo InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. Recuperado de <http://www.infostat.com.ar>
- Hawkins, A; Jolliffe, F.; Glickman, L. (1992) *Teaching statistical concepts*. Essex: Longman.
- Huck, S; Cross, T.L.; Clark, S.B. (1986) Overcoming misconceptions about z-scores. *Teaching Statistics*, Vol. 8, No.2, pp.38-40.
- Meyer, P.L. (1992) *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*. Wilmington: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Montgomery, D.C.; Runger, G.C. (2006) *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. México: Limusa Wiley.
- Lenguaje de programación R, Versión (4.0.0) [Software] (2020). Recuperado de: [http:// https://cran.r-project.org/](http://https://cran.r-project.org/)
- Otero, M.R.; Fanaro, M.R.; Llanos, V.C. (2013) La Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo y el Inquiry: un análisis desde la enseñanza de la Matemática y la Física. *Revista Electrónica de Investigación en educación en Ciencias*, Vol. 8, No. 1, pp.77-89.
- Ross, S.M. (2014) *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. New York: John Wiley & Sons.
- Ruiz, B.R. (2006) Un Acercamiento Cognitivo y Epistemológico a la Didáctica del Concepto de Variable Aleatoria. *Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa*, México.
- Statgraphics Technologies, Inc., Statgraphics Centurion XVIII [Software] (2018). Recuperado de <https://statgraphics.net/>
- Wilensky, U. (1995) Paradox, programming, and learning probability: A case study in a connected mathematics framework. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, pp.253-280.
- Wilensky, U. (1997) What is normal anyway? Therapy for epistemological anxiety. *Educational. Studies in Mathematics*, 33, pp. 171-202.